

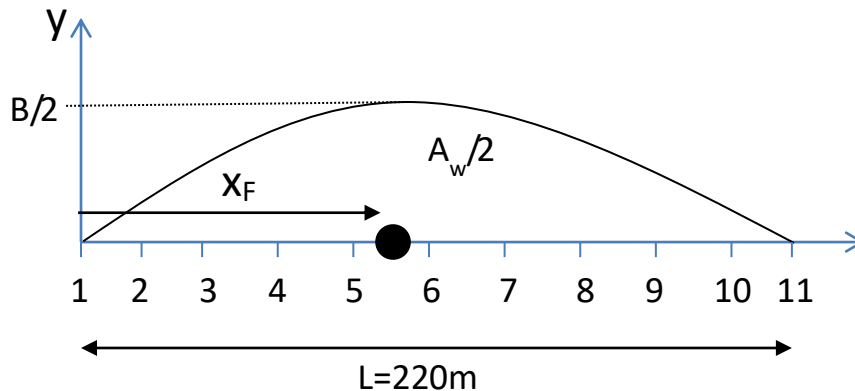
MATLAB – Numerisk integrasjon

Vi skal lære å beregne vannlinjeareal og volumdeplasement for kurvete skips- geometrier ved hjelp av numerisk integrasjon. Når dette er gjort kan vi videre bruke areal og volum til å beregne Flotasjonssenter og Oppdriftssenter ved bruk av tyngdepunktsatsen. Man kan videre også beregne andre ordens arealmoment, dvs treghetsmomentet for et kurvete vannlinjeareal som trengs for BM.

Oppgave 1

- Beregn vannlinjearealet (A_w) for ordinatene 1:11 nummert fra skipets hekk ved hjelp av Simpson integrasjon. Halvbredde av skipet er gitt i tabellen som y-koordinat ved hver ordinat. Skipets lengde ved vannlinjen er $L_w=220\text{m}$. Beregn også flotasjonssenter som avstand fra hekken, x_F . Bruk tabell som vist på side 3 i løsningsforslaget og gjør sedan oppgaven i Matlab ved hjelp av anvisningene på side 4.
- Beregn 2. ordens moment, dvs arealtreghetsmomentet for vannlinjearealet I_x og I_y .

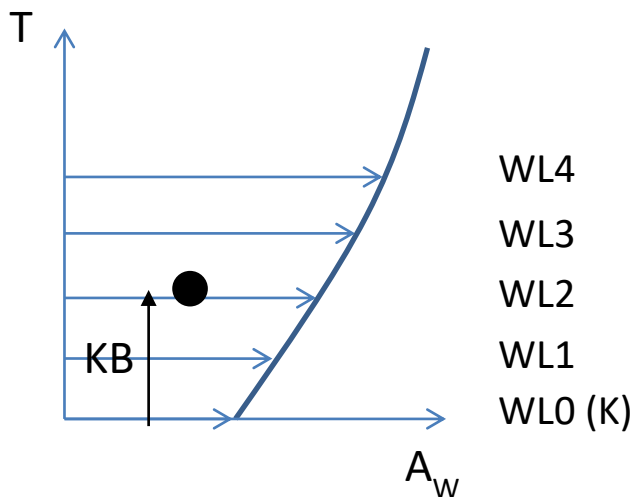
Ordinat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	0.2	2.4	4.6	6.7	8.1	9.0	9.4	9.2	8.6	6.3	0



Oppgave 2

- a) Beregne volumdeplasement ved dypgang $T = 4$ meter for et skip som har vannlinjearealer gitt ved respektive dypgang som vist i tabellen under. Beregne også vertikalt oppdriftssenter som avstand fra kjølen. Bruk tabell som vist på side 6 i løsningsforslaget og gjør sedan oppgaven i MATLAB etter samme metode som i oppgave 1. Den eneste forskjellen er at x verdien nå er en dypgang, og y verdien nå er et areal. Løsningsforslag finns på Canvas.

Ordinat	0	1	2	3	4
T	0	1	2	3	4
A_w	96	174	220	246	250



Løsningsforslag Oppgave 1 via tabell.

Ord. Nr	x	y	sf	sf.*y	x.*y	sf.*(x.*y) (dM _y)	x ² .*y	sf.*(x ² .*y) (dI _y)	y ³	sf.*(y ³) (dI _x)
1	0	0.2	1	0.2	0	0	0	0	0.008	0.008
2	22	2.4	4	9.6	52.8	211.2	1161.6	4646.4	13.824	55.296
3	44	4.6	2	9.2	202.4	404.8	8905.6	116740.2	97.336	194.672
4	66	6.7	4	26.8	442.2	1768.8	29185	17811.2	300.76	1203.052
5	88	8.1	2	16.2	712.8	1425.6	62726	125452.8	531.44	1062.882
6	110	9.0	4	36.0	990	3960	108900	435600	729	2916
7	132	9.4	2	18.8	1240.8	2481.6	163785.6	327571.2	830.58	1661.168
8	154	9.2	4	36.8	1416.8	5667.2	218187.2	872748.8	778.69	3114.752
9	176	8.6	2	17.2	1513.6	3027.2	266393.6	532787.2	636.06	1272.112
10	198	6.3	4	25.2	1247.4	4989.6	246985.2	987940.8	250.05	1000.188
11	220	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Σ				196		23936		3421299.2		12480.13
				Σ _I		Σ _{II}		Σ _{III}		Σ _{IV}

$$A_w = s/3 * \sum_I * 2 = 22\text{m} / 3 * 196 \text{ m} * 2 = 2874.7 \text{ m}^2$$

$$M_y = s/3 * \sum_{II} * 2 = 22\text{m} / 3 * 23936 \text{ m}^2 * 2 = 351061.3 \text{ m}^3$$

$$x_F = M_y/A_w = \sum_{II} / \sum_I = 23936 \text{ m}^2 / 196 \text{ m} = 122.12 \text{ m}$$

$$y_F = 0, \text{ pga symmetri}$$

OBSERVER, Treghetsmoment blir beregnet rundt skipets hekk y-akse, bruk omvendt Steiner under for å få treghetsmoment rundt F.

$$I_y = s/3 * \sum_{III} * 2 = 22\text{m} / 3 * 3421299.2 \text{ m}^3 * 2 = 50179054.9 \text{ m}^4$$

$$I_x = 1/3 * s/3 * \sum_{IV} * 2 = 1/3 * 22\text{m} / 3 * 12480.13 \text{ m}^3 * 2 = 61013.97 \text{ m}^4$$

Steiners sats omvendt, vi vil ha I_x rundt arealsenter, ikke rundt en parallel akse til arealsenter, derfor subtrahere A_e²:

$$I_{y, \text{ rundt F}} = I_y - A_w * (x_F)^2 = 50179054.93 \text{ m}^4 - 2874.667 \text{ m}^2 * (122.1224 \text{ m})^2 = 7306585.2 \text{ m}^4$$

$$I_{x, \text{ rundt F}} = I_x - A_w * (y_F)^2 = 61013.97 \text{ m}^4 - 0 = 61013.97 \text{ m}^4$$

Anvisninger MATLAB

Begynn med å lagre et nytt skript med navn Ov5_oppg1.m og husk å skrive `clear all` i begynnelsen av skriptet. I MATLAB kan vi benytte oss av vektormultiplikasjon for å løse denne oppgaven litt raskere enn med Tabell.

Angi det som er gitt i oppgave tabellen og skap en vektor for x-verdier som svarer mot hver y verdi langs skips:

```
L=220; % [m] Skips lengde
% Koordinater for halve skipsbredden:
y = [0.2 2.4 4.6 6.7 8.1 9.0 9.4 9.2 8.6 6.3 0];
x = (0:L/10:L);
```

Sjekk at lengden på x blir same som y vektoren ved å kjøre programmet (F5) og sen skrive `length(x)` og `length(y)` i *Command Window*. Du kan også se lengden via `size` i *Workspace* vinduet. Skriv også ut x i *Command Window*, sånn at du ser at det ser rett ut med integrasjonssteg $s=22$ meter mellom hvert verdi i x.

Du kan nå plotte x og y for å se formen av halve skipet i en figur:

```
figure(1)
plot(x,y, '-o')
xlabel('x - Skip lengde')
ylabel('y - Skip halv bredde')
```

Skap en Simpson faktor vektor og sjekk at den er like lang som x og y vektorene:

```
sf= [1 4 2 4 2 4 2 4 2 4 1]; % Simpson faktorer
```

For Simpson integrasjonen trengs et integrasjonssteg s. Man vet allerede fra tabellløsningen at dette steg er 22 meter. Men i MATLAB vil vi automatisere denne beregning av steget, hvis vi i fremtiden endrer på vektoren x. Derfor skriv at steget er den andre verdien subtrahert med den første verdien i vektoren x:

```
s = x(2)-x(1); % integrasjonssteg i x-retning
```

Nå har vi alt vi trenger for å gjennomføre beregningen av Vannlinjearealet. Husk at enkel multiplikasjon (*) i MATLAB betyr vektormultiplikasjon der summen beregnes på en gang og at `.*` betyr elementvis multiplikasjon av en vektor. Her er det viktig at transponere vektor y for at vektormultiplikasjonen skal fungere, bruk `y'`. Du kan altså skrive på 2 vis:

```
Aw = s/3 * (sf*y') *2 % Vektormultiplikasjon
```

eller:

```
Aw_alt= s/3 * sum(sf.*y) *2 % Elementvis multiplikasjon og ta summen
```

Kjør programmet og se om A_w blir rett jamført med forrige side. Man kan sjekke at man får same verdier som vist i Løsningsforslaget i Tabellen, gjennom å markere `sf.*y`, høyreklikke og velge *Evaluate Selection*. Då vises resultatet av den elementvise multiplikasjonen i *Command Window*, hvilket jo skal bli det samme som kolonn 5 i Tabellen.

Nå skal flotasjonssenteret beregnes. Husk tyngdepunktsatsen for Arealer, vi trenger altså først 1. ordens moment, dvs vektarmen til alle arealer fra hekken multiplisert med alle små arealer. Tenk på at x og y verdiene må multipliseres elementvis før man gjør Simpson faktor multiplikasjonen. Det vil si at man må sette parentes rundt det som skal multipliseres først:

```
My= s/3* sf*(x.*y)' *2; % 1. Ordens arealmoment rundt y-akse
```

eller:

```
My_alt= s/3* sum(sf.*(x.*y)) *2
```

Flotasjonssenter beregnes nå som vanlig med tyngdepunktsatsen ($y_F = 0$, pga symmetri):

```
xF= My/Aw
```

Oppgave 1b) Løsning Matlab

Beregning av I_x og I_y av vannlinjeplanet gjøres gjennom å multiplisere simpson faktorene med 2.ordens momenter. Siden koordinatene vi bruker i beregningen er gitt fra hekken, så blir det at vi beregner I_x og I_y først rundt skipets globale koordinatsystem. For hydrostatisk beregning av BM trengs I_x og I_y rundt flotasjonscenter og vi må derfor bruke omvendt Steiners sats da vi forflytter oss fra en parallel akse til arealsenter til arealsenter.

```
Ix_global=1/3 * s/3 * (sf*(y.^3)') *2; % Gjelder bare for symmetriske  
skip med halvbredde gitt.  
Iy_global=s/3 * (sf*(x.^2.*y)') *2;  
  
% Steiners sats omvendt, vi beregner Ix rundt F:  
Iy=Iy_global-Aw*(xF)^2  
Ix=Ix_global-Aw*(yF)^2 % yF=0, blir samme som Ix_global pga symmetri.
```

Løsningsforslag Oppgave 2 via Tabell

Ord. Nr	T or z	$A_w [m^2]$	sf	$sf \cdot A_w$	$A_w \cdot z$	$sf \cdot (A_w \cdot z)$
0	0	96	1	96	0	0
1	1	174	4	696	174	696
2	2	220	2	440	440	880
3	3	246	4	984	738	2952
4	4	250	1	250	1000	1000

$$\sum_I = 2466 \text{ m}^2$$

$$\sum_{II} = 5528 \text{ m}^3$$

$$\nabla = s/3 * \sum_I = 1/3 * 2466 = 822 \text{ m}^3$$

$$M_{Aw} = s/3 * \sum_{II} = 1/3 * 5528 = 1842.7 \text{ m}^4$$

$$z_B = M_{Aw} / \nabla = \sum_{II} / \sum_I = 5528/2466 = 2.24 \text{ m}$$